2023 军队文职数学 2+物理试卷及解析

一、单项选择题（请根据题目要求，在四个选项中选出一个最恰当的答案。共 20 题，每题 1.5 分，共 30 分。）

1.设函数 $f(x)=\int_0^{sinx} te^t \mathrm{d}t$,则 $f(x)$在（-∞，+∞）上为（　　）。

A.奇函数

B.偶函数

C.周期函数

D.无界函数

【答案】C

【知识点】数学 2*高等数学*函数与极限*映射与函数*函数

【解析】 $f(x+2\pi)=\int_0^{\sin(x+2\pi)} te^t dt=\int_0^{\sin x} te^t dt=f(x)$

$$f(-x)=\int_0^{\sin x} te^t dt \overset{t=-u}{=} \int_0^{\sin x}(-u)e^{-u}d(-u)=\int_0^{\sin x} ue^{-u}du=\int_0^{\sin x} te^{-t}dt$$

$$f(x)=\int_0^{\sin x} te^t dt$$

所以 $f(-x)\neq f(x)$，不是偶函数；

$f(-x)\neq -f(x)$，不是奇函数。

$\left|f(x)\right|=\left|\int_0^{\sin x} te^t dt\right|\leq\int_0^1 te^t dt$ 一定值（>0）.

2.设函数$f(x)=x\sin\frac{1}{x}(0<x<+\infty)$, $g(x)$为其导函数, 则（　　）。

A. $g(x)$是$x\to+\infty$时的无穷小量

B. $g(x)$是$x\to+\infty$时的无穷大量

C. $g(x)$不是$x\to+\infty$时的无穷小量, 但在$(0,+\infty)$内无界

D. $g(x)$不是$x\to+\infty$时的无穷大量, 但在（0，+∞）内有界

【答案】A

【知识点】数学 2*高等数学*函数与极限*无穷小与无穷大*无穷小与无穷大的概念

【解析】$g(x)=f'(x)=\sin\frac{1}{x}+x\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=\sin\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$，

$$\lim_{x\to\infty}g(x)=\lim_{x\to\infty}\sin\frac{1}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}=0-0=0$$

所以$g(x)$是$x\to\infty$时的无穷小量。

3.设函数$f(x)=\begin{cases}e^{2x},x\geq -1\\ \sin x,x<-1\end{cases}$，则$f(x)$在$x$=−1处的（　　）。

A. 左右导数都存在

B. 左导数存在，右导数不存在

C. 左右导数都不存在

D. 右导数存在，左导数不存在

【答案】D

【知识点】数学 2*高等数学*一元函数微分学*导数与微分*导数

【解析】$\lim_{x\to -1}f(x)=\lim_{x\to -1}\sin x=-\sin 1\neq f(-1)=e^{-2}$，

所以 f 在-1 处不是左侧连续，故左导数不存在。

$\left(e^{2x}\right)'=2e^{2x}$，$\left(e^{2x}\right)'\Big|_{x=-1}=2e^{-2}$

所以e^{2x}在 x=-1 处的右导数和左导数相等，为$2e^{-2}$，

所以 $f'_+(-1)=2e^{-2}$

即右导数存在，左导数不存在。

4.设函数$f(x)$在闭区间$[a,b]$上可导, 则下列结论正确的是（　　）。

A. 至少存在一点 ξ $\in(a,b)$, 使得$f'(\xi)=0$

B. 至少存在一点 ξ $\in(a,b)$, 使得$\frac{f(b)-f(a)}{b^2-a^2}=\frac{f'(\xi)}{2\xi}$

C. 至少存在一点 ξ $\in(a,b)$, 使得$\frac{f(b)-f(a)}{e^b-e^a}=e^{-\xi}f'(\xi)$

D. 至少存在一点 ξ $\in(a,b)$, 使得$\frac{bf(b)-af(a)}{b-a}=\xi f'(\xi)-f(\xi)$

【答案】C

【知识点】数学 2*高等数学*一元函数微分学*导数的应用*微分中值定理

【解析】A，如 $f(x)=x$ 在 $[1,2]$ 上可导，但 $f'(x)=1\neq 0$；

B，$a^2=b^2$ 时，不成立，不能直接用 Cauchy 中值定理，此时令

$g(x)=x^2[f(b)-f(a)]-f(x)(b^2-a^2)$，则 $g(x)$ 在[a,b]上连续，在（a,b）

内可导，$g(a)=a^2[f(b)-f(a)]-f(a)(b^2-a^2)=a^2f(b)-b^2f(a)$，

$g(b)=b^2[f(b)-f(a)]-f(b)(b^2-a^2)=a^2f(b)-b^2f(a)$，所以

$g(a)=g(b)$

由罗尔中值定理，$\exists\xi\in(a,b)$ 使 $g'(\xi)=0$，即

$2\xi[f(b)-f(a)]=f'(\xi)(b^2-a^2)$。

C，由 Cauchy 中值定理，$\dfrac{f(b)-f(a)}{e^b-e^a}=\dfrac{f'(\xi)}{e^\xi}=e^{-\xi}f'(\xi)$；

D，由 lagrange 中值定理，

$\dfrac{bf(b)-af(a)}{b-a}=(xf(x))'\Big|_{x=\xi}=[f(x)+xf'(x)]\Big|_{x=\xi}=\xi f'(\xi)+f(\xi)$。

5.根据 $\lim\limits_{x\to0}\frac{6\sin x-6x+x^3-x^5}{x^5}$（　　）。

A.$-\frac{19}{20}$

B.$-\frac{119}{120}$

C.$-\frac{21}{20}$

D.$-\frac{121}{120}$

【答案】A

【知识点】数学 2*高等数学*一元函数微分学*导数的应用*泰勒公式及应用

【解析】①

$$
\begin{aligned}
&\lim_{x\to0}\frac{6\sin x-6x+x^3-x^5}{x^5}\\
&=\lim_{x\to0}\frac{6\cos x-6+3x^2-5x^4}{5x^4}\\
&=\lim_{x\to0}\frac{-6\sin x+6x-20x^3}{20x^3}\\
&=\lim_{x\to0}\frac{6-6\cos x-60x^2}{60x^2}\\
&=\lim_{x\to0}\frac{6-6\cos x}{60x^2}-1\\
&=\lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{2}x^2}{10x^2}-1\\
&=\frac{1}{20}-1=-\frac{19}{20}
\end{aligned}
$$

②

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=\lim_{x\to0}\frac{6\sin x-6x+x^3}{x^5}-1\\
&=\lim_{x\to0}\frac{6\left[x-\frac{1}{3!}x^3+\frac{1}{5!}x^5+o\left(x^5\right)\right]-6x+x^3}{x^5}-1\\
&=\lim_{x\to0}\frac{6x-x^3+\frac{1}{20}x^5+o\left(x^5\right)-6x+x^3}{x^5}-1\\
&=\lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{20}x^5+o\left(x^5\right)}{x^5}-1\\
&=\frac{1}{20}-1=-\frac{19}{20}
\end{aligned}
$$

6.若 $f(x^2+1)=\ln\frac{x^2-1}{x^2+2}$，且 $f[\varphi(x)]=\ln x$，则 $\int\varphi(x)\mathrm{d}x=$ (　　)。

A.$-x-3\ln|x-1|+C$

B.$-x+3\ln|x-1|+C$

C.$x-3\ln|x-1|+C$

D.$x+3\ln|x-1|+C$

【答案】A

【知识点】数学 2*高等数学*一元函数积分学*不定积分*不定积分的换元积分法与分部积分法

【解析】$f\left(x^2+1\right)=\ln\frac{x^2-1}{x^2+2}=\ln\frac{\left(x^2+1\right)-2}{\left(x^2+1\right)+1}$

所以 $f\left(x\right)=\ln\frac{x-2}{x+1}$

又由 $f\left[\varphi\left(x\right)\right]=\ln\frac{\varphi\left(x\right)-2}{\varphi\left(x\right)+1}=\ln x$，得 $\frac{\varphi\left(x\right)-2}{\varphi\left(x\right)+1}=x$

所以 $\varphi\left(x\right)=\ln\frac{x+2}{1-x}$

$$\int\varphi\left(x\right)dx=\int\frac{x+2}{1-x}dx=\int\frac{x-1+3}{1-x}dx=\int\left(-1-\frac{3}{x-1}\right)dx$$
$$=-x-3\ln\left|x-1\right|+C$$

7.设函数$f(x)=\int_0^x\frac{\sin t}{\pi-t}\mathrm{d}t$，　则　$\int_0^x f(x)\mathrm{d}x=$(　　)。

A.1

B.2

C.3

D.4

【答案】B

【知识点】数学 2*高等数学*一元函数积分学*定积分*定积分的换元积分法与分部积分法

【解析】$f\left(x\right)=\int_0^x\frac{\sin t}{\pi-t}dt$，　$f'\left(x\right)=\frac{\sin x}{\pi-x}$

$$\int_0^{\pi} f(x)dx = xf(x)\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} xdf(x)$$
$$= \pi f(\pi) - \int_0^{\pi} xf'(x)dx$$
$$= \pi\int_0^{\pi} \frac{\sin t}{\pi - t}dt - \int_0^{\pi} x\frac{\sin x}{\pi - x}dx$$
$$= \pi\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\pi - x}dx - \int_0^{\pi} x\frac{\sin x}{\pi - x}dx$$
$$= \int_0^{\pi} (\pi - x)\frac{\sin x}{\pi - x}dx$$
$$= \int_0^{\pi} \sin xdx$$
$$= -\cos x\Big|_0^{\pi} = 2$$

8. 设函数$f(x,y)$在点$(0,0)$的某邻域内有定义，且f_x（0，0）＝1，f_y（0，0）＝−1，则下列结论正确的是(　　)。

A.函数$f(x,y)$在点$(0,0)$处沿$e_t=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 的方向导数为 0

B.曲面 z=$f(x,y)$在点$(0,0,f(0,0))$的一个法向量为$(1,-1,1)$

C.曲线$\begin{cases} z=f(x,y), \\ y=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$的一个切向量为$(1,0,-1)$

D.曲线$\begin{cases} z=f(x,y), \\ x=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$的一个切向量为$(0,1,-1)$

【答案】D

【知识点】数学 2*高等数学*多元函数微分学*多元函数微分学的应用*多元函数微分学的几何应用

【解析】A，f 在（0,0）处不一定存在方向导数；

B，法向量为$\pm(f_x,f_y,-1)$，即（1，-1，-1）

C，切向量应与法向量正交，$(1,0,-1)\cdot(1,-1,-1)=2\neq0$

D，切向量应与法向量正交，1°：$(0,1,-1)\cdot(1,-1,-1)=0$，

或 2° ：$\begin{cases} z=f(x,y) \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow z=f(x,y) \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=y \\ z=f(y) \end{cases}$，在 $(0,0,f(0,0))$ 的一个切向量为 $\vec{i}=\{0,1,f_y(0,0)\}=\{0,1,-1\}$。

9. 已知函数 $f(x,y)=(y-1)^2-2x^2$，$(x,y)\in R^2$，则下列结论正确的是（　　）。

A.函数 $f(x,y)$ 既有极大值点，又有极小值点

B.函数 $f(x,y)$ 只有极大值点，无极小值点

C.函数 $f(x,y)$ 只有极小值点，无极大值点

D.函数 $f(x,y)$ 无极值点

【答案】D

【知识点】数学 2*高等数学*多元函数微分学*多元函数微分学的应用*多元函数的极值与条件极值

【解析】由 $\begin{cases} f_x=-4x=0 \\ -f_y=2(y-1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

$f_{xx}=-4, f_{xy}=0, f_{yy}=2$，

$f_{xx}f_{xy}-f_{xy}^2=-8<0$，（0,1）不是极值点

所以 $f(x,y)$ 无极值点。

注：二元函数极值方法。

10.设 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 9, x\ge 0\}$，则 $\iint\limits_D (x^2y^3-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）。

A.0

B.－9

C.－18

D.－27

【答案】C

【知识点】数学 2*高等数学*多元函数积分学*重积分*重积分的计算

【解析】D 关于 x 轴对称，x^2y^3 关于 y 的奇函数，由对称性知，

$$\iint_D x^2y^3dxdy=0，$$

设

$$\iint_D\left(x^2y^3-x\right)dxdy=-\iint_D xdxdy=-\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^3 r\cos\theta rdr$$

$$=-\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta\int_0^3 r^2dr$$

所以 $=-9\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta$

$$=-9\sin\theta\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=-18$$

11.已知 $f(x,y,z)$为连续函数，Σ是平面 $x-y+z=2$ 在第四卦限部分的上侧，则

$\iint_\Sigma[f(x,y,z)+x]\mathrm{d}y\mathrm{d}z+[2f(x,y,z)+y]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+[f(x,y,z)+z]\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）。

A.－2

B.2

C.－4

D.4

【答案】D

【知识点】数学 2*高等数学*多元函数积分学*曲线积分与曲面积分*曲面积分

【解析】$x-y+z=2$ 的正侧法向量为（1，-1,1），单位法向量是

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{-1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\left(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma\right),$$

$$\iint\limits_{\Sigma}\left[f(x,y,z)+x\right]dydz+\left[2f(x,y,z)+y\right]dzdx+\left[f(x,y,z)+z\right]dxdy$$
$$=\iint\limits_{\Sigma}\left\{\left[f(x,y,z)+x\right]\cos\alpha+\left[2f(x,y,z)+y\right]\cos\beta+\left[f(x,y,z)+z\right]\cos\gamma\right\}ds$$
$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\iint\limits_{\Sigma}\left\{\left[f(x,y,z)+x\right]-\left[2f(x,y,z)+y\right]+\left[f(x,y,z)+z\right]\right\}ds$$
$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\iint\limits_{\Sigma}(x-y+z)ds$$
$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\iint\limits_{\Sigma}2ds=\frac{2}{\sqrt{3}}s_{\Sigma}=\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{12}=4$$

12.微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y^2+x}{2y(x+1)}(x>-1)$ 的通解为（　　）。

A.$y=C(x+1)+(x+1)\ln(x+1)+1$

B.$y^2=C(x+1)+(x+1)\ln(x+1)+1$

C.$y=C(x+1)-(x+1)\ln(x+1)-1$

D.$y^2=C(x+1)-(x+1)\ln(x+1)-1$

【答案】B

【知识点】数学 2*高等数学*常微分方程*高阶微分方程*可降阶微分方程

【解析】$\frac{dy}{dx}=\frac{y^2+x}{2y(x+1)}\Rightarrow 2ydy=\frac{y^2+x}{x+1}dx\Rightarrow d\left(y^2\right)=\frac{y^2+x}{x+1}dx$，令 $u=y^2$，则

$du=\frac{u+x}{x+1}dx\Rightarrow\frac{du}{dx}-\frac{1}{x+1}u=\frac{x}{x+1}$，$P(x)=-\frac{1}{x+1}$，$Q(x)=\frac{x}{x+1}$

$$y^2=u=e^{-\int P(x)dx}\left[C+\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx\right]=e^{\ln(x+1)}\left[C+\int\frac{x}{x+1}e^{-\ln(x+1)}dx\right]=(x+1)\left[C+\int\frac{x}{x+1}\cdot\frac{1}{x+1}dx\right]$$
$$=(x+1)\left[C+\int\frac{x}{(x+1)^2}dx\right]$$
$$=(x+1)\left[C+\int\frac{(x+1)-1}{(x+1)^2}dx\right]$$
$$=(x+1)\left[C+\int\frac{1}{x+1}dx-\int\frac{1}{(x+1)^2}dx\right]$$
$$=(x+1)\left[C+\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\right]$$
$$=C(x+1)+(x+1)\ln(x+1)+1$$

13.设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 2 列加到第 1 列得矩阵 $\boldsymbol{B}$，再交换 $\boldsymbol{B}$ 的第 2 行与第 3 行得单位矩阵，则 $\boldsymbol{A}$=（　　）。

A.$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

B.$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

C.$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

D.$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

【答案】C

【知识点】数学 2*线性代数*矩阵*矩阵的初等变换*初等矩阵

【解析】$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = E$,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

14.设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶矩阵，$\boldsymbol{A}^*$为其伴随矩阵。已知非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{\eta}$ 的通解为 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\eta}+k_1\boldsymbol{\eta}_1+k_2\boldsymbol{\eta}_2$（$k_1,k_2$为任意实数）。令 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}-4\boldsymbol{E}$，其中 $\boldsymbol{E}$ 为单位矩阵，则（　　）。

A.矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不可相似对角化

B.$R(\boldsymbol{A}^*)=1$

C.$|\boldsymbol{A}^*+\boldsymbol{B}|=-32$

D.$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似

【答案】C

【知识点】数学 2*线性代数*矩阵的相似化简*特征值与特征向量*特征值与特征量

【解析】由 $x=\eta+k_1\eta_1+k_2\eta_2$ 知，η 是 $Ax=\eta$ 的特解，故 $A\eta=\eta$。

$\lambda=1$是一个特征值

η_1,η_2是 $Ax=0$的解，且线性无关

所以 $\lambda=0$ 是 A 的二重特征值，η_1,η_2 是 A 对应于 0 的特征向量。

且 η_1,η_2,η 线性无关

A：所以 A 可相似对角化（相似对角化的充要条件）；

B：由于 $Ax=0$的基础解系含 2 个线性无关的向量，故 $R(A)=1$，所以 $A^*=0,R(A^*)=0$。

C：因为 A 的特征值为 0,0,1，所以 $B=A^2+A-4E$ 的特征值为-4，-4，-2，$|B|=(-4)(-4)(-2)=-32$。

D：A,B 特征值不相同，故 A，B 不相似

15.设 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 均为 3 阶矩阵，且满足 $\boldsymbol{AB}+4\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{B}$。若矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&3&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$，则矩阵 $\boldsymbol{B}$=（）。

A.$\begin{pmatrix}3&0&1\\0&5&0\\-1&0&3\end{pmatrix}$

B.$\begin{pmatrix}3&1&1\\0&5&0\\-1&0&3\end{pmatrix}$

C.$\begin{pmatrix}3&0&1\\0&5&1\\-1&1&3\end{pmatrix}$

D.$\begin{pmatrix}3&1&1\\1&5&0\\-1&0&3\end{pmatrix}$

【答案】A

【知识点】数学 2*线性代数*矩阵*矩阵的运算*矩阵的线性运算

【解析】$AB+4E=A^2+2B$

$$\Rightarrow (A-2E)B=A^2-4E=(A-2E)(A+2E)$$

$$A-2E=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&3&0\\-1&0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&0&1\\0&1&0\\-1&0&-1\end{bmatrix}$$

$$|A-2E|=\begin{vmatrix}-1&0&1\\0&1&0\\0&0&-2\end{vmatrix}=2\neq 0$$

$$B=A+2E=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&3&0\\-1&0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&0&1\\0&5&0\\-1&0&3\end{bmatrix}.$$

16.设 $\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}\lambda\boldsymbol{E}_r&\boldsymbol{O}\\\boldsymbol{O}&\mu\boldsymbol{E}_{n-r}\end{pmatrix}$（$\lambda\neq\mu$，$r<n$，$\boldsymbol{E}_r$，$\boldsymbol{E}_{n-r}$ 分别为 r，n-r 阶单位矩阵），则下列关于齐次线性方程组$(\lambda\boldsymbol{E}_n-\boldsymbol{D})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$($\boldsymbol{E}_{\mathrm{n}}$为 n 阶单位矩阵)的结论正确的是(　　　　)。

A.齐次线性方程组$(\lambda\boldsymbol{E}_n-\boldsymbol{D})x=\boldsymbol{0}$线性无关解向量的最小个数为$r$

B.齐次线性方程组$(\lambda\boldsymbol{E}_n-\boldsymbol{D})x=\boldsymbol{0}$线性无关解向量的最大个数为 r

C.齐次线性方程组$(\lambda\boldsymbol{E}_n-\boldsymbol{D})x=\boldsymbol{0}$线性无关解向量的最小个数为 n-r

D.齐次线性方程组$(\lambda\boldsymbol{E}_n-\boldsymbol{D})x=\boldsymbol{0}$线性无关解向量的最大个数为 n-r

【答案】B

【知识点】数学 2*线性代数*矩阵*矩阵的分块*分块矩阵的运算

【解析】

$$\lambda E_n-D=\begin{bmatrix}\lambda E_r&O\\O&\lambda E_{n-r}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\lambda E_r&O\\O&\mu E_{n-r}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}O_r&O\\O&(\lambda-\mu)E_{n-r}\end{bmatrix}$$

$$R(\lambda E_n-D)=n-r$$

$\left(\lambda E_n - D\right)x = 0$ 线性无关的向量的个数为 $n - R\left(\lambda E_n - D\right) = r$.

17.设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶矩阵，已知 $\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\eta}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\eta}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$($t$ 为实数)是非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax=b}$ 的三个解向量，则(　　　　)。

A.$R(\boldsymbol{A})$与 t 的取值无关

B.当 t=0 时，$\boldsymbol{\alpha} = (1,1,-2)^T$是 $\boldsymbol{Ax=0}$ 的解

C.当 t=-4 时，$\boldsymbol{\beta} = (1,1,0)^T$是 $\boldsymbol{Ax=0}$ 的解

D.当 t=1 时，$\boldsymbol{\gamma} = (1,0,0)^T$是 $\boldsymbol{Ax=0}$ 的解

【答案】A

【知识点】数学 2*线性代数*向量空间*线性方程组解的结构*齐次线性方程组解的结构

【解析】$\xi_1 = \eta_1 - \eta_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$,

$\xi_2 = \eta_1 - \eta_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2-T \end{pmatrix}$,

ξ_1, ξ_2 是 $Ax = 0$ 的解，且 ξ_1, ξ_2 线性无关，

所以 $R\left(A\right) \le 3 - 2 = 1$,又 $A \ne 0$ (因为 $Ax = b\left(b \ne 0\right)$ 有解)

所以 $R\left(A\right) = 1$。

18. 已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$，则下列结论错误的是（　　）。

A. λ=-1 为 A 的特征值

B. $R(A)$=3

C. x=$(-1,-1,1)^{\mathrm{T}}$ 为 A 的特征向量

D. A 可以相似对角化

【答案】D

【知识点】数学 2*线性代数*矩阵的相似化简*特征值与特征向量*特征值与特征量

【解析】

$$\left|\lambda E-A\right|=\begin{vmatrix}\lambda-2 & 1 & -2\\ -5 & \lambda+3 & -3\\ 1 & 0 & \lambda+2\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}1 & -2\\ \lambda+3 & -3\end{vmatrix}+\left(\lambda+2\right)\left[\left(\lambda-2\right)\left(\lambda+3\right)+5\right]$$

$$=2\lambda+3+\left(\lambda+2\right)\left(\lambda^2+\lambda-1\right)$$

$$=2\lambda+3+\lambda^3+\lambda^2-\lambda+2\lambda^2+2\lambda-2$$

$$=\lambda^3+3\lambda^2+3\lambda+1$$

$$=\left(\lambda+1\right)^3=0$$

$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1$,

所以$\left|A\right|=-1\neq 0$

所以$R\left(A\right)=3$

19. 设 A=（a_0）为 4 阶非零矩阵，A^{T} 为 A 的转置矩阵，A^*为 A 的伴随矩阵，且 $A^{\mathrm{T}}+A^*=0$，则$|A|$=（　　）。

A. 0

B. -1

C. 0 或 1

D. 1

【答案】A

【知识点】数学 2*线性代数*矩阵*矩阵的运算*矩阵的线性运算

【解析】$A^T+A^*=0$

$$\Rightarrow AA^T+AA^*=0$$

$$\Rightarrow AA^T=-AA^*=-\left|A\right|E$$

又

$$AA^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} a_{11}^2+a_{12}^2+a_{13}^2+a_{14}^2 & & & \\ & a_{21}^2+a_{22}^2+a_{23}^2+a_{24}^2 & & \\ & & a_{31}^2+a_{32}^2+a_{33}^2+a_{34}^2 & \\ & & & a_{41}^2+a_{42}^2+a_{43}^2+a_{44}^2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} -|A| & & & \\ & -|A| & & \\ & & -|A| & \\ & & & -|A| \end{bmatrix}$$

所以 $|A|=0$（参考点， $a_{ij}=0, A\neq 0$）

20. 若二次型 $f=ax_1^2+3x_2^2-x_3^2-4x_1x_3+2bx_2x_3$ 经某一正交变换 $x=P_y$ 化为标准型 $f=3y_1^2-2y_2^2+3y_3^2$,则可能的 P 为（　　）。

A. $P=\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \end{bmatrix}$

B. $P=\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

C. $P=\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

D. $P=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

【答案】D

【知识点】数学 2*线性代数*向量空间*n 维欧几里得空间*正交矩阵

【解析】ABC 均不是正交矩阵。

第二部分　物理

一、单项选择题(请根据题目要求，在四个选项中透出一个般恰当的答案。共 20 题，每题 1 分，共 20 分。)

21. 某质点作直线运动的运动方程为 $x=2t+3t^3+1$(SI)，则该质点作(　)。

A. 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴正向

B. 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴负向

C. 变加速直线运动，加速度沿 x 轴正向

D. 变加速直线运动、加速度沿 x 轴负向

【答案】C

【知识点】物理*力学*质点运动学*运动学的两类问题*已知运动方程求速度、加速度

【解析】对运动方程求二阶导数 a=18t, 所以变加速。t>0,a>0，加速度沿正向

22. 一质点从 t=0 时刻开始，在力 $F_1=3i+2j$N 和 $F_2=-2i-tj$(SI)的共同作用下在 Oxy 平面上运动，则在 $t=2$s 时，质点的加速度方向沿(　　)。

A. x 轴正向

B. x 轴负向

C. y 轴正向

D. y 轴负向

【答案】A

【知识点】物理*力学*质点动力学*牛顿运动定律*牛顿第二定律

【解析】t=2s 时，$F_1=3i+2j$，$F_2=-2i-2j$，其合力为 $F=i$，沿 x 正向，故加速度沿 x 正向

23. 质点 A 和 B 的质量分别为 m_A 和 m_B($m_A>m_B$)，速度分别为 v_A 和 v_B。($v_A>v_B$)。若它们受到相同的冲量作用，则(　)。

A. A 动量增量的绝对值比 B 的小

B. A 动量增量的绝对值比 B 的大

C.A、B 的动量增量相同

D.A、B 的速度增量相等

【答案】C
【知识点】物理*力学*质点动力学*动量和角动量*动量与冲量 动量定理
【解析】根据质点的动量定理，冲量相等，动量增量相等，由于两个质点质量速度不同，速度增量不同

24.质量为 2kg 的物体由静止出发沿 x 轴运动,作用在物体上的合力 F 随时间 t 变化的规律为 F=4t(SI)，方向始终不变，则在最初 2s 内，合力 F 作功为（ ）。

A. 4J

B. 8J

C.16J

D.32J

【答案】C
【知识点】物理*力学*质点动力学*动量和角动量*动量与冲量 动量定理
【解析】合力冲量 $I=\int_0^2 4tdt=8=mv$ ，v=4m/s, 合力的功 $W=\frac{1}{2}mv^2=16J$

25. 下列关于质点系机械能守恒条件的描述，正确的是( )。

A. 系统合外力为零

B. 系统合外力作功为零

C. 系统外力和保守内力都不作功

D. 系统外力和非保守内力都不作功

【答案】D
【知识点】物理*力学*质点系动力学*质点系的动能定理和机械能守恒定律*质点系功能原理和质点系机械能守恒定律
【解析】基本概念考察，系统外力和非保守内力都不作功时，系统机械能守恒

26. 半径和质量均相等的均质圆环 A 和均质圆盘 B，它们对通过圆心并与圆环(盘)垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B，则( )。

A. $J_A > J_B$

B. $J_A < J_B$

C. $J_A = J_B$

D. 不能确定 J_A 和 J_B 哪个大

【答案】A
【知识点】物理*力学*刚体力学*刚体定轴转动定理*转动惯量的计算
【解析】质量半径一样，但相对于圆盘，圆环的质量分布更趋向于外侧，根据转动惯量的定义，具有更大的转动惯量。

27.一飞轮正以角速度ω_0=120rad・s^{-1}绕中心轴高速旋转，在 M=60N・m 制动力矩作用下经 4 秒的时间停止转动，则该飞轮的转动惯量为（　　）。

A. 0.5kg・m^2

B.1.5kg・m^2

C.2.0kg・m^2

D.2.4kg・m^2

【答案】C
【知识点】物理*力学*刚体力学*刚体定轴转动定理*定轴转动的转动定理
【解析】角加速度大小为$\beta=\frac{\omega_0}{t}=\frac{120}{4}\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}=30\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ 转动惯量 $J=\frac{M}{\beta}=2.0$ kg・m^2

28.一半径为 0.5m、转动惯量为 2.5kg・m^2 的飞轮，正以角速度ω_0=120rad・s^{-1}高速旋转。要使飞轮在 5s 内停止转动，则该过程中制动力矩对飞轮作功为（　　）。

A.1.8x10^3J

B.1.8x10^4J

C.3.6x10^3J

D.3.6x10^4J

【答案】B
【知识点】物理*力学*刚体力学*刚体定轴转动定理*定轴转动的转动定理
【解析】力矩做功等于转动动能的减少量，故

$$W=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\cdot 2.5\cdot 120^2=1.8\times 10^4 J$$

29.一个具有活塞的容器中盛有一定量的气体，如果压缩气体并对它加热，使它的温度从 25℃升至 174℃，同时使体积减为原来的一半，则气体压强变为原来的（　　）倍。

A.3

B. 6

C.10

D.14

【答案】A
【知识点】物理*热学*热平衡、气体动理论*平衡态、温度、理想气体状态方程*理想气体状态方程
【解析】温度从 300K 升到 450K，温度变为 3/2 倍，体积变为 1/2 倍，根据状态方程 $PV=\nu RT$，压强变为 3 倍

30.已知系统从状态 A 经某一过程到达状态 B，过程吸热 10J，系统内能增量为 5J。现系统沿原过程从状态 B 返回状态 A，则系统对外作功是（　　）。

A.5J

B.10J

C.-5J

D.-10J

【答案】C
【知识点】物理*热学*热力学第一定律*热力学第一定律*热力学第一定律
【解析】A—B，$Q=\Delta E+W$,故对外做功 5J，原过程 B—A，对外做功-5J

31.下列关于孤立系统的描述，错误的是（　　）。

A.一切孤立系统的自发过程总是向熵增加的方向发展

B.一切孤立系统的自发过程总是向微观状态数增加的方向发展

C.一切孤立系统的自发过程总是向宏观状态数增加的方向发展

D.一切孤立系统的自发过程总是向分子热运动更加无序的方向发展

【答案】C

【知识点】物理*热学*热力学第二定律、熵*克劳修斯熵、熵变的计算*用克劳修斯熵表述的热力学第二定律

【解析】基本概念理解。自发过程是熵增，微观数增加，更加无序，不是宏观数增加。

32.如图所示，将一个带正电的试验电荷q_0放在带有负电荷的大导体附近 P 点处，

测得试验电荷受力的大小为 F。若电荷q_0不是足够小，则（　　）。

A.F/q_0比 P 点处原先的电场强度数值大

B.F/q_0比 P 点处原先的电场强度数值小

C.F/q_0等于 P 点处原先电场强度的数值

D. F/q_0与 P 点处原先电场强度的数值大小关系无法确定

【答案】A

【知识点】物理*电磁学*静电场*电荷、库仑定律*库伦定律

【解析】如果电荷q_0不是足够小，会引起大导体上电荷的重新分布，负电荷分布会向更靠近q_0的方向聚集，引起 P 点的电场强度增加

33.半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q。设无穷远处的电势为零，则球面内距离球心为 r 的某点处电场强度的大小和电势分别为（　　）。

A. E=0、$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

B. E=0、$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

C. $E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$、$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

D. $E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$、$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

【答案】B
【知识点】物理*电磁学*静电场*静电场的通量、高斯定理*静电场的高斯定理
【解析】根据高斯定理，均匀带电球面内的电场强度为零。由于球面内场强为零，故球面内电势和球面上电势是相等的，$U=\int_R^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

34.在匀强磁场中，有两个平面线圈，其面积 $A_1=2A_2$，通有电流 $I_1=2I_2$，则它们所受的最大磁力矩之比 M_1/M_2 等于（　　）。

A.1

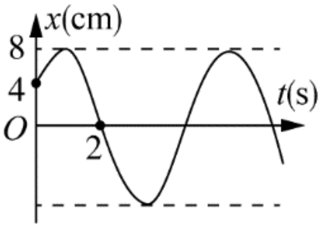
B.2

C.4

D.1/4

【答案】C
【知识点】物理*电磁学*真空中的稳恒磁场*磁场对运动电荷和电流的作用*安培力
【解析】最大磁力矩 $M=P_{\mathrm{m}}B$,磁矩 $P_m=IA$，发现磁矩之比为 4:1，故选 C

35.一简谐振动曲线如图所示，则其振动周期是（　　）。



A.5.24s

B.4.80s

C.4.40s

D.4.00s

【答案】B
【知识点】物理*振动、波动和波动光学*振动*简谐振动运动学*简谐振动的描述方法

【解析】根据旋转矢量，分析初相为-$\frac{\pi}{3}$ ，2s 时相位为$\frac{\pi}{2}$ ，故 2s 转过$\frac{5\pi}{6}$，

故周期为$T=\frac{2\pi}{5\pi/6}\times 2=4.80s$

36.频率为 500Hz 的机械波，波速为 $360m\cdot s^{-1}$，则在同一波线上相位差为π/3 的两点的距离为（　　）

A.0.48m

B.0.36m

C.0.24m

D.0.12m

【答案】D
【知识点】物理*振动、波动和波动光学*机械波*机械波的产生和传播*振动的传播—行波

【解析】$\lambda=uT=\frac{u}{f}=0.72m$ ，相位差为π/3 相差$\lambda/6$ ，故为 0.12m

37.一定波长的单色光垂直入射光栅，衍射光栅的屏幕上只能出现零级和一级主极大。欲使屏幕上出现更高级次的主极大，则应该（　　）

A.换一个光栅常数较小的光栅

B.换一个光栅常数较大的光栅

C.将光栅向靠近屏幕方向移动

D.将光栅向远离屏幕方向移动

【答案】B
【知识点】物理*振动、波动和波动光学*光的衍射*光栅夫琅和费衍射*光栅夫琅和费衍射的光强分布
【解析】衍射光栅衍射极大条纹满足$d\sin\theta=k\lambda<d$，要使 k 变大，可以让光栅常数 d 变大

38.在照相机镜头的玻璃片上镀一层折射率 n 小于玻璃折射率的均匀介质薄膜，以增强某一波长为λ的透射光能量。若光线垂直入射，则介质膜的最小厚度应为（　　）

A.$\lambda/(4\mathrm{n})$

B.$\lambda/(3n)$

C.$\lambda/(2n)$

D.λ/n

【答案】A
【知识点】物理*振动、波动和波动光学*光的干涉*薄膜等厚干涉
【解析】空气折射率小于介质膜，介质膜折射率小于玻璃，属于递变型，故反射光无半波损失，透射光有半波损失。透射光加强 $2nd+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$ ，k=1 时最小，d=$\lambda/(4\mathrm{n})$

39.当一粒子在高速运动时，其质量为静止质量的 5 倍，则其总能量为动能的（　　）倍。

A.5

B.4

C.1.5

D.1.25

【答案】D
【知识点】物理*相对论*相对论质点力学*质量——能量、动量——能量关系*相对论质量—能量关系
【解析】静止质量 m_0 能量 m_0c^2，总质量 $5m_0$，故总能量 E=$5m_0c^2$，动能 E_K=$5m_0c^2$-m_0c^2=4m_0c^2，故选 D

40.在一个原子中，不可能有两个或两个以上的电子具有完全相同的量子态。这是（　　）。

A.泡利不相容原理

B.能量最小原理

C.海森伯不确定关系

D.隧道效应

【答案】A
【知识点】物理*量子物理基础*量子力学的基本原理及简单应用*原子结构
【解析】基本概念考察。在一个原子中，不可能有两个或两个以上的电子具有完全相同的量子态是泡利不相容原理

二、单项选择题（请根据题目要求，在四个选项中选出一个最恰当的答案。共 20 题，每题 1.5 分，共 30 分。）

41.某人骑自行车以速度v向西行驶，同时风以相同的速率从北偏东 30°方向吹来，则人感到风吹来的方向是（　　）。

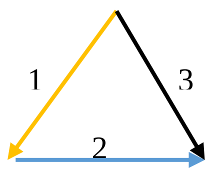
A.北偏东 30°

B.东偏北 30°

C.北偏西 30°

D.西偏南 30°

【答案】C
【知识点】物理*力学*质点运动学*伽利略变换、绝对时空观*伽利略变换
【解析】根据相对运动，风相对于人的速度，等于风相对于地的速度加地相对于人的速度。风相对于地北偏东 30°速率为 v（1），地相对于人向东为 v（2），故风相对于人（3）选 C



42.在 Oxy 平面内有一质点的运动方程为：$x = 3t + 5(SI)$，

$y = 0.5t^2 + 3t + 4(SI)$。则 t=1s 时，该质点速度的大小为（　　）。

A.3m • s^{-1}

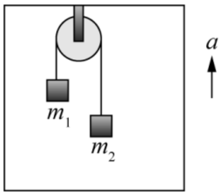
B.4m • s^{-1}

C.5m • s^{-1}

D.7m • s^{-1}

【答案】C
【知识点】物理*力学*质点运动学*运动学的两类问题*已知运动方程求速度、加速度
【解析】对 x，y 分别求导：$v_x=3,v_y=t+3$，1s 时 $v_x=3,v_y=4$，矢量合成，选 C

43.如图所示，电梯中有一质量可忽略不计的滑轮，在滑轮的两侧用轻绳挂着质量分别为 m_1 和 m_2 的重物，$m_1>m_2$。当电梯相对地面以加速度 a 上升时，绳中的张力为（　　）。



A. $\frac{2m_1m_2}{m_1m_2}(g+a)$

B. $\frac{2m_1m_2}{m_1m_2}(g-a)$

C. $\frac{2m_1m_2}{m_1m_2}a$

D. $\frac{2m_1m_2}{m_1m_2}g$

【答案】A
【知识点】物理*力学*质点动力学*力学相对性原理 非惯性参考系中的牛顿定律*非惯性系中的惯性力
【解析】非惯性系转化为惯性系，相当于电梯静止，重力加速度为（g+a）

故列方程 $\begin{cases} m_1(g+a)-T=m_1a' \\ T-m_2(g+a)=m_2a' \end{cases}$ 得 A

44.哈雷彗星在椭圆轨道上绕日运行，其近日点、远日点离太阳的距离分别为 r_1、r_2。已知哈雷彗星在近日点时的速率为 v，则哈雷彗星在远日点时的速率为

（　　）。

A. $\frac{r_1}{r_2}v$

B. $\frac{r_2}{r_1}v$

C. $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 v$

D. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 v$

【答案】A

【知识点】物理*力学*刚体力学*刚体定轴转动的角动量定理*定轴转动中的角动量守恒

【解析】万有引力是有心力，故角动量守恒 $mr_1v_1 = mr_2v_2$， 故选 A

45. 将一长木板安上轮子放在光滑水平面上，两质量不同的人从木板的两端由静止开始，相对于木板以相同的速率相向行走，则木板的运动状况是(　　)。
A. 静止不动
B. 朝质量大的人的一端移动
C. 朝质量小的人的一端移动
D. 无法确定

【答案】B
【知识点】物理*力学*质点系动力学*质点系的动量定理和动量守恒定律*质点系动量守恒定律
【解析】考察动量守恒。假设木板不动，两人质量不同，故动量不守恒，不成立。然后利用极限思维，假设小质量的人质量为 0，可以判断，木板肯定向大质量人的一侧运动
46. 一长为 l、质量为 M 的均质刚性细杆，其一端固定并可绕通过固定端的水平轴在竖直面内自由摆动。若使该细杆从水平位置由静止开始向下摆动，不计摩擦力、阻力等因素，当杆摆到最低位置时，其角速度和角加速度大小分别为(　)。

A. $\sqrt{\frac{2g}{l}}$、$\frac{2g}{l}$

B. $\sqrt{\frac{3g}{l}}$、0

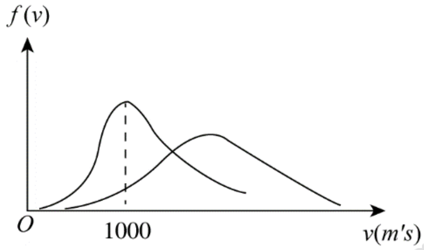
C. $\sqrt{\frac{2g}{l}}$、0

D. $\sqrt{\frac{12g}{l}}$、$\frac{2g}{l}$

【答案】B
【知识点】物理*力学*刚体力学*刚体运动学*刚体的定轴转动
【解析】最低位置，力矩为 0，故角加速度为零。重力做功转化为转动动能

$$\mathrm{mg}\frac{l}{2}=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\omega^2$$ ，故选 B

47. 如图所示，两曲线分别表示氦气和氢气在同一温度下的分子速率分布情况，则根
据图示数据，可判断（ ）。



A. 氦气分子的最概然速率为 1000m • s^{-1}，氢气分子的最概然速率不确定
B. 氦气分子的最概然速案不确定，氢气分子的最概然速率为 1000m • s^{-1}
C. 氦气分子的最概然速率为 1000m • s^{-1}，氢气分子的最概然速率为 1414m • s^{-1}
D. 氦气分子的最概然速率为 1414m • s^{-1}，氢气分子的最概然速率为 1000m • s^{-1}

【答案】C
【知识点】物理*热学*热平衡、气体动理论*麦克斯韦速率分布率*理想气体分子的三种速率

【解析】氢分子质量小 $v_p=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ ，故大的是氢气。且和 $\sqrt{m}$ 成反比。故选 C

48. 一定量的某种理想气体在等压过程中对外作功 200J。若此种气体为单原子分子气
体，则该过程中需吸热（ ）。
A. 200J
B. 500J
C. 700J
D. 800J

【答案】B
【知识点】物理*热学*热力学第一定律*理想气体的等容、等压和等温过程*理想气体的等压过程

【解析】单原子分子，$C_{pm}=\frac{5}{2}R;C_{Vm}=\frac{3}{2}R$ ，根据等压过程吸热，内能变化，

做功公式，$Q:\Delta E:W=5:3:2$ ，故选 B

49. 在克劳修斯公式 $S_B-S_A\geqslant\int_A^B\frac{dQ}{T}$ (或 $dS\geqslant\frac{dQ}{T}$) 中，等号适用于（ ）。

A. 等温过程
B. 绝热过程
C. 可逆过程
D. 不可逆过程

【答案】C
【知识点】物理*热学*热力学第二定律、熵*玻尔兹曼熵、熵增原理*熵增加原理
【解析】基本概念考察。这是计算熵增的公式，只有可逆过程中，熵是不变的。

50.设 $C_{p.m}$ 为定压摩尔热容，$C_{v.m}$ 为定体摩尔热容，R 为普适气体常量。若 1mol 理想气体经过等温过程，体积变为原来的 2 倍，则经历该过程后气体熵的增量为（ ）。

A.$C_{p.m}\ln 2$

B.$C_{v.m}\ln 2$

C.$R\ln 2$

D.$2R\ln 2$

【答案】C
【知识点】物理*热学*热力学第二定律、熵*克劳修斯熵、熵变的计算*克劳修斯熵的熵变的计算
【解析】这是可逆过程故熵增 $\Delta S=\int\frac{dQ}{T}=\frac{Q}{T}$,$Q=RT\ln\frac{V_2}{V_1}=RT\ln 2$ ，故选 C

51.一平行板电容器充上电之后，减少两个平板之间的距离。下列关于该电容器两端电压及存储静电能的描述，正确的是（ ）。

A.电容器两端的电压减小，存储的静电能减少

B.电容器两端的电压增大，存储的静电能不变

C.电容器两端的电压增大，存储的静电能增加

D.电容器两端的电压减少，存储的静电能不变

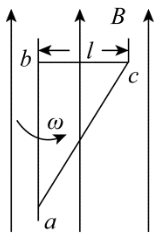
【答案】A

【知识点】物理*电磁学*有导体、电解质存在时的静电场*电容器和电容

【解析】分析，减少平板间距，C 增大，Q 不变，故 U 减小，静电能 $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

减小

52.如图所示，直角三角形金属框架 abc 放在均匀磁场中，磁场 B 方向平行于 ab 边，bc 的长度为 l。当金属框架绕 ab 边以匀角速度ω转动时，则 abc 回路中的感应电动势ε和 a、c 两点间的电势差 U_a-U_c 分别为（　　）。



A.ε=0、$U_a\text{-}U_c=\frac{1}{2}B\omega l^2$

B.ε=0、$U_a\text{-}U_c=-\frac{1}{2}B\omega l^2$

C.ε=$B\omega l^2$，$U_a\text{-}U_c=\frac{1}{2}B\omega l^2$

D.ε=$B\omega l^2$，$U_a\text{-}U_c=-\frac{1}{2}B\omega l^2$

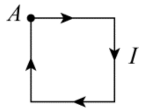
【答案】B

【知识点】物理*电磁学*电磁感应*动升电动势*动生电动势

【解析】回路内磁通量始终为零，不变，故ε=0，根据 $\varepsilon=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$　$U_a\text{-}U_c=$

$U_b\text{-}U_c=-\frac{1}{2}B\omega l^2$

53.如图所示，边长为 l 的正方形线圈中统通有电流 I，则此线圈 A 点的磁感应强度大小为（　　）。



A. $\frac{\sqrt{2}\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi \mathrm{I}}$

B. $\frac{\sqrt{2}\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{I}}$

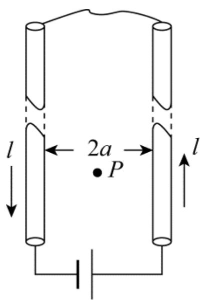
C. $\frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi \mathrm{I}}$

D. $\frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{I}}$

【答案】A
【知识点】物理*电磁学*真空中的稳恒磁场*磁感应强度矢量与毕奥-萨伐尔定律*毕奥—萨伐尔定律
【解析】只有左边和下边的导线在 A 点有磁场，且大小相等，方向相同。

根据比萨定律：$B=2\cdot\frac{\mu_0 I}{4\pi l}(\cos\frac{\pi}{2}-\cos\frac{3\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi l}$

54.如图所示，真空中两根很长的相距为 2a 的平行直导线与电源线组成闭合回路。已知导线中的电流为 l，则在两导线正中间某点 P 处的磁场能量密度为（　　）。



A. $\frac{1}{\mu_0}$ （$\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$）^{2}

B. $\frac{1}{2\mu_0}$ （$\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$）^{2}

C. $\frac{1}{2\mu_0}$ （$\frac{\mu_0 I}{\pi a}$）^{2}

D. 0

【答案】C
【知识点】物理*电磁学*电磁感应*磁场能量*磁场能量密度定义及应用磁场能量密度计算磁场的能量

【解析】可看做无限长直导线，P 点 B 为 $2\times\frac{\mu_0 I}{2\pi a}=\frac{\mu_0 I}{\pi a}$ ，磁场能量密度

$w_m=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$,选 C

55.真空中，一平行板电容器的两极板都是半径为 R 的导体圆盘，两极板的间距为 d，且 R≫d，充电时两极板间的电场强度 E 随时间而变化，则两极板间的位移电流大小为（　　）。

A.$\pi R^2\varepsilon_0\frac{dE}{dt}$

B.$\pi R^2\mu_0\frac{dE}{dt}$

C.$\pi R^2\varepsilon_0\frac{d^2E}{dt^2}$

D.$\pi R^2\mu_0\frac{d^2E}{dt^2}$

【答案】A
【知识点】物理*电磁学*麦克斯韦方程组*位移电流*位移电流

【解析】位移电流密度 $j=\frac{dD}{dt}=\varepsilon_0\frac{dE}{dt}$，位移电流大小 I=jS= $\pi R^2\varepsilon_0\frac{dE}{dt}$

56.下列关于电磁波的描述，正确的是（　　）。

A.电磁波在水中的传播速度比在真空中的传播速度快

B.电磁波是一种物质，因而传播不需要介质，可以在真空中传播

C.电磁波随电磁振荡而产生，电磁振荡一停止，电磁波便立即消失

D.频率越高的电磁波在真空中的传播速度越快

【答案】B
【知识点】物理*振动、波动和波动光学*电磁波*平面单色电磁波*平面单色电磁波的特点
【解析】基本概念分析。B 对

57.把双缝干涉实验装置放在折射率为 n 的水中，设两缝间距离为 d，双缝到屏的距离为 D（D≫d），所用单色光在真空中的波长为λ，则屏上干涉条纹中相邻的两明纹中心之间的距离是（　　）。

A. $\frac{\lambda D}{nd}$

B. $\frac{n\lambda D}{d}$

C. $\frac{\lambda d}{nD}$

D. $\frac{\lambda D}{2nd}$

【答案】A

【知识点】物理*振动、波动和波动光学*光的干涉*分波阵面干涉*杨氏双缝干涉

【解析】相当于波长变为 $\lambda'=\frac{\lambda}{n}$ ，带入双缝干涉的条纹宽度公式

$$\Delta x=\frac{\lambda' D}{d}=\frac{\lambda D}{nd}$$

58.一平面简谐波以波速 2m·s^{-1} 沿 x 轴正向传播，坐标原点的振动表达式为$y_0=6\times10^{-2}\cos\pi t(SI)$，则该波的振动方程为（　　）。

A. $y=6\times10^{-2}\cos(\pi t-\pi x)$

B. $y=6\times10^{-2}\cos(\pi t-0.1\pi x)$

C. $y=6\times10^{-2}\cos(\pi t-0.5x)$

D. $y=6\times10^{-2}\cos(\pi t-0.5\pi x)$

【答案】D

【知识点】物理*振动、波动和波动光学*机械波*平面简谐波*平面简谐波的波函数

【解析】振动方程$y=6\times10^{-2}\cos(\pi(t-\frac{x}{2}))=6\times10^{-2}\cos(\pi t-0.5\pi x)$

59.一艘宇宙飞船船身固有长度为 90m，相对于地面以 μ =0.8c 的速度匀速从一地面观测站的上空飞过，则观测站的观察者测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是（　　）。

A.6.25×10^{-7}s

B.3.75×10^{-7}s

C.3.00×10^{-7}s

D.2.25×10^{-7}s

【答案】D
【知识点】物理*相对论*狭义相对论*相对论时空观*长度收缩效应
【解析】观测站测得船身的长度为：

$L=L0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=90\sqrt{1-0.8^2}=54m$；

通过观测站的时间间隔为：

$\triangle t=\frac{L}{u}=\frac{54m}{0.8c}=2.25\times10^{-7}s$；

60.若一质子（电荷为 e）在磁感应强度为 B 的均匀磁场中沿半径为 R 的圆形轨道运动，则该质子的德布罗意波长是（　　）。

A.$\frac{h}{2eRB}$

B. $\frac{h}{eRB}$

C. $\frac{1}{2eRBh}$

D. $\frac{1}{eRBh}$

【答案】B
【知识点】物理*量子物理基础*波粒二象性*实物粒子的波动性、物质波*实物粒子的波动性 德布罗意假设

【解析】$R=\frac{mv}{eB}\to P=mv=eRB$；德布罗意波长$\lambda=\frac{h}{P}=\frac{h}{eRB}$

三、单项选择题（请根据题目要求，在四个选项中选出一个最恰当的答案。共 10 题，每题 2 分，共 20 分。）

61.一质点沿半径为 R 的圆周按路程为$s=\vartheta_0 t-\frac{1}{2}bt^2$的规律运动，其中$\vartheta_0$、b 都是常量，则任意时刻质点加速度大小为（　　）。

A.$-b$

B. $\left(\vartheta_0 - bt\right)^2 \Big/ R$

C. $\frac{1}{R}\sqrt{R^2b^2 + (\vartheta_0 - bt)^4}$

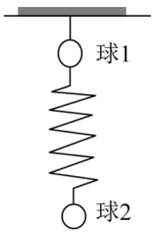
D. $\frac{1}{R}\sqrt{R^2b^2 - (\vartheta_0 - bt)^4}$

【答案】C

【知识点】物理*力学*质点运动学*运动学的两类问题*已知运动方程求速度、加速度

【解析】$a_t = \frac{d^2S}{dt^2} = b$ ；$v = \frac{dS}{dt} = v_0 - bt$；$a_n = \frac{v^2}{R}$；$a = \sqrt{a_t^{\ 2} + a_n^{\ 2}}$ 选 C

62.如图所示，两个小球由一轻质弹簧相连接，再用一根细绳悬在于天花板上，处于静止状态。已知两球的质量关系为 $m_2=2m_1$. 则将细绳剪断的瞬间，球 1 和球 2 的加速度分别为（）。



A.$a_1=2g$、$a_2=g$

B.$a_1=0$、$a_2=g$

C.$a_1=3g$、$a_2=0$

D.$a_1=2g$、$a_2=0$

【答案】C

【知识点】物理*力学*质点动力学*牛顿运动定律*牛顿第二定律

【解析】弹簧形变不能马上恢复，所以弹力不会立马消失。故 $a_2=0$。对于球 1，由于上边线的力（F=3mg）突然消失，而弹簧弹力不变，故有一个向下的 3mg 的合力，$a_1=3g$

63.质量为 m 的小孩站在半径为 R 的水平转盘边缘上，转盘可以绕通过其中心的竖直光滑固定轴自由转动，转动惯量为 J 的转盘和小孩开始时均静止。当小

孩突然相对于转盘以速率 v 在转盘边缘沿逆时针方向走动时，则此转盘相对地面旋转的角速度大小为（）。

A. $\frac{mRv}{J+mR^2}$

B. $\frac{mRv}{J-mR^2}$

C. $\frac{mRv}{J}$

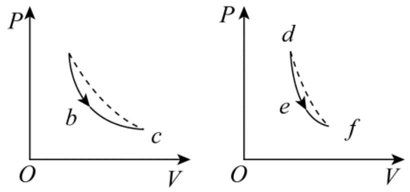
D. $\frac{mRv}{2J}$

【答案】A

【知识点】物理*力学*刚体力学*刚体定轴转动的角动量定理*定轴转动中的角动量守恒

【解析】角动量守恒。设转盘相对地面旋转的角速度大小为ω，小孩相对地面旋转的角速度为ω' 有$\begin{cases}\omega+\omega'=\dfrac{v}{R}\\ mR^2\omega'=J\omega\end{cases}$ 得 A

64.一定量的理想气体，分别经历如图（1）所示的 *abc* 过程（图中虚线 *ac* 为等温线）和图（2）所示的 *def* 过程（图中虚线 *df* 为绝热线）。则对这两种过程是吸热还是放热的判断是（）。



图（1）　图（2）

A.*abc* 过程吸热，*def* 过程放热

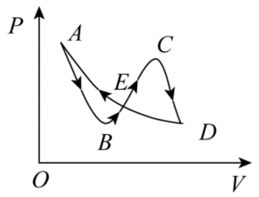
B.*abc* 过程放热，*def* 过程吸热

C.*abc* 过程和 *def* 过程都吸热

D.*abc* 过程和 *def* 过程都放热

【答案】A
【知识点】物理*热学*热力学第一定律*理想气体的等容、等压和等温过程*理想气体的等温过程
【解析】对于图 1，初末的内能不变，故吸放热等于做功。abc 做正功，吸热.
对于图 2, 构成闭合循环为逆循环，总放热，f-d 虚线不吸也不放，故放热只在 def 发生。故选 A

65.如图所示，*AB*、*CD* 是绝热过程，*DEA* 是等温过程，*BEC* 是任意过程，组成一循环过程，若图中 *ECD* 所包围的面积为 60J，*EAB* 所包围的面积为 30J，*DEA* 过程中系统放热 90J，则整个循环过程（*ABCDEA*)的循环效率为（　）。



A.17%

B.25%

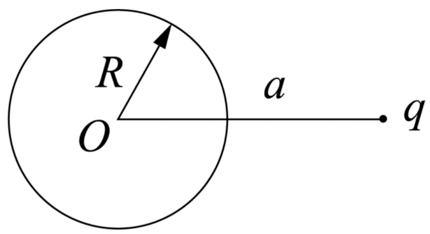
C.33%

D.57%

【答案】B
【知识点】物理*热学*热力学第一定律*循环过程 热机*正循环的热机效率
【解析】*ECD* 做正功所包围的面积为 60J，W=60J, *EAB* 做负功所包围的面积为 30J，W=-30J，总做正功 30J， *AB*、*CD* 是绝热过程，不吸不放。*DEA* 是等温过程放热 90J，*BEC* 是任意过程，吸热 90J+30J=120J，故循环效率

$$\eta=\frac{W}{Q_{吸}}=\frac{30}{120}=25\%$$

66.如图所示，真空中一半径为 *R* 的未带电导体球，在离球心 *O* 距离为 *a* 处（*a*>*R*）放一点电荷 *q*。设无穷远处电势为零，则导体球的电势为（　）。



A. $\dfrac{q}{4\pi\delta_0 R}$

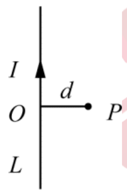
B. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$

C. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(a-R)}$

D. $\dfrac{q}{4\pi\delta_0}\left[\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{R}\right]$

【答案】B
【知识点】物理*电磁学*有导体、电解质存在时的静电场*静电场中的导体*静电感应
【解析】未带电导体球会在表面感应出等量的正负电荷，其在 O 点电势代数和为 0，所以只有点电荷 q 在 O 点有电势为 B

67.如图所示，长为 L 的导线，通以电流 I，O 为导线的中点，P 为其中垂线上一点，P 到 O 的距高为 d。若 $L>>d$，则下列关于 P 点磁感应强度大小和方向的描述，正确的是（）。

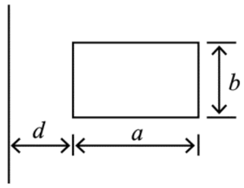


A.磁感应强度大小与 d 成反比，方向垂直纸面向里
B.磁感应强度大小与 d 成反比，方向垂直纸面向外
C.磁感应强度大小与 d^2 成反比，方向垂直纸面向里
D.磁感应强度大小与 d^2 成反比，方向垂直纸面向外

【答案】A
【知识点】物理*电磁学*真空中的稳恒磁场*磁感应强度矢量与毕奥-萨伐尔定律*毕奥—萨伐尔定律

【解析】根据比萨定律判断，方向垂直纸面向里，$L>>d$，是可以近似看做无限长直导线的，$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ ，所以和 d 成反比

68.如图所示，一长直导线旁有一长为 b ，宽为 a 的矩形线圈，线圈与导线共面，长度为 6 的边与导线平行且与直导线相距为 d 。则线圈与导线的互感系数为（）。



A. $\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{a+d}{d}$

B. $\frac{\mu_0 ab}{2\pi d}$

C. $\frac{\mu_0 ab}{2\pi\left[d+\frac{a}{2}\right]}$

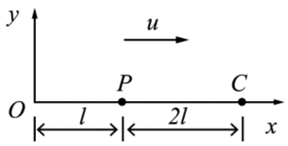
D. $\frac{\mu_0 ab}{2\pi}\ln\frac{a+d}{d}$

【答案】A
【知识点】物理*电磁学*电磁感应*自感和互感*互感
【解析】假设直导线通电流 I，算线框内的磁通量

$$\Phi=\int_d^{a+d}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}bdx=\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\frac{a+d}{d}$$

互感系数 $M=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{a+d}{d}$

69.如图所示，一平面简谐波以波速 u 沿 x 轴正向传播，O 为坐标原点。已知 P 点的振动方程为$y = A\cos\omega l$，则下列说法正确的是（ ）。



A.波的表达式为$y = A\cos\omega\left(l + \frac{l}{u} + \frac{x}{u}\right)$

B.O 点的振动方程为$y = A\cos\omega\left(l - \frac{l}{u}\right)$

C.C 点的振动方程为$y = A\cos\omega\left(l - \frac{2l}{u}\right)$

D.波的表达式为$y = A\cos\omega\left(l - \frac{l}{u} - \frac{x}{u}\right)$

【答案】C

【知识点】物理*振动、波动和波动光学*机械波*平面简谐波*平面简谐波的波函数

【解析】P 点的振动方程为$y = A\cos\omega t$,则波动方程为

$$y = A\cos\omega(t - \frac{x-l}{u})$$

代入 C 点坐标$3l$,得 C 正确。

70.根据玻尔氢原子理论，氢原子中的电子处于第一激发态和第二激发态时能之比为（　）。

A.$\frac{2}{3}$

B.$\frac{3}{2}$

C.$\frac{4}{9}$

D.$\frac{9}{4}$

【答案】D

【知识点】物理*量子物理基础*波粒二象性*原子结构的玻尔理论*玻尔的原子结构理论

【解析】根据玻尔氢原子理论，能级能量和量子数 n^2 成反比。n=1 是基态。

n=2 是第一激发态，n=3 是第二激发态。故能量之比为 9:4